摛藻堂四庫全書薈要

子部

欽定四庫全書薈要

子部

御製數理精蘊下編卷二十四

詳校官主事臣陳木

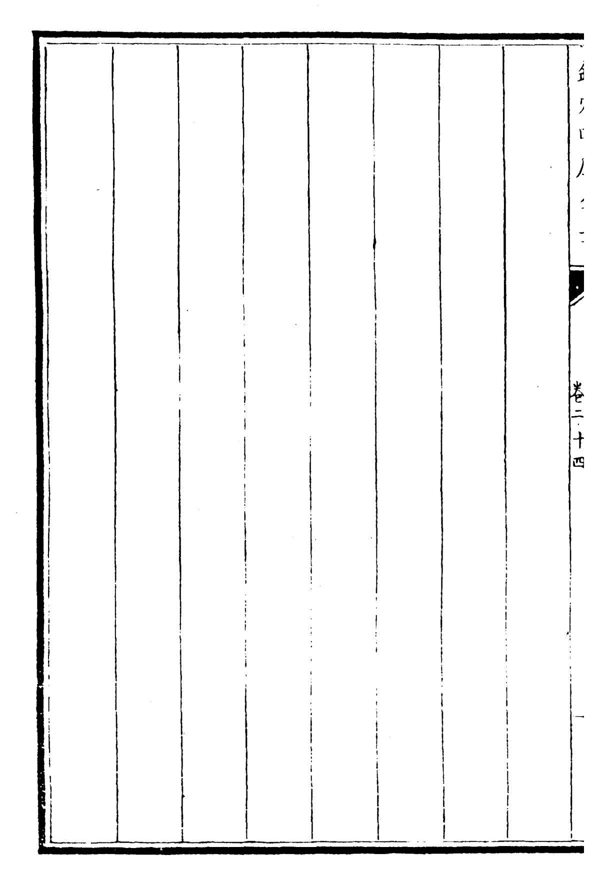
欽定四庫全書薈要卷一萬八百四十七 子部

御製數理精藴下編卷二十四

體部二

帶縱較數立方

帶縱和數立方 勾股法四條附



帶縱較數立方

帶縱立方者兩兩等邊長方體積也高與闊相等惟長不同者為帶一縱立方長與闊相等而皆比高多者則為帶兩縱相同之立方至於長與闊與高皆不等者則為帶兩縱不同之立方開之之法大概與立方同祇有帶縱之異耳其帶一縱之法如以高與闊相等惟長不同為問者則以初商為高與闊以之自乘又以初商加縱數為長以之再乘得初商積至次商以後亦有三方廉三長廉一小隅但其一方廉附

於初商積之方面者即初商數其二方廉附於初商積之長面者則帶縱也其二長廉附於初商積之方邊者即初商數其一長廉附於初商積之長邊者則帶縱也其帶兩縱相同之法如以長與闊相等皆比高多為問者則以初商加縱數為長與闊以之自乘又以初商為高以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積之正面者則帶兩縱其二方廉附於初商積之旁面者則各帶一縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附于初商

積之長闊兩邊者則各帶一縱也其帶兩縱不同之法如以闊比高多長比濶又多為問者則以初商為高又以初商加闊縱為闊與高相乘又加長縱為長以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積之正面者則帶兩縱其二方廉附于初商積之旁面者則一帶闊縱一帶長縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附於初商積之長闊兩邊者則各帶一縱也惟小隅則無論帶一縱兩縱皆各以所商之數自乘再乘成一小正方其每

邊之數即三方廉之厚亦即三長廉之闊與厚焉凡有幾層廉隅皆依次商之例遞析推之法雖不一要皆本於正方而後加帶縱故凡商出之數皆為小邊方體共十二邊若帶一縱或帶兩縱相同者則八邊相等四邊相等若帶兩縱不同者則每四邊各相等是以得其一邊加入縱多即得各邊也

設如帶一縱立方積一百一十二尺其高與闊相等長比高闊多三尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其積一百一

十二尺止可商四尺乃以四尺書於原積二尺之上而以所商四尺為高與闊（因高與闊等故四尺即方之高與闊也）加縱多三尺得七尺為長即以高與闊四尺自乘得一十六尺又以長七尺再乘得一百一十二尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高與闊俱四尺加縱多三尺得七尺即立方之長也如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百一十二尺其甲乙為

高甲己為闊己戊為長甲乙甲己俱四尺己戊為七尺己戊比己庚多三尺即所帶之縱甲乙壬辛庚己正方形即初商之正方積庚辛壬丙丁戊扁方形即帶縱所多之扁方積也盖因此法高與闊俱止一位其積止一位之積故初商所得即高與闊之邊加入縱多即為長邊也凡有帶一縱無次商者依此法開之

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺其高與闊
相等長比高闊多五尺問高闊長各幾何

二八〇八八〇
四〇四四〇
四五九九〇
一二一〇

〇〇〇〇五〇〇
二二〇〇〇一〇〇〇
一一五〇五
一一

法列積如開立方法商之其二千尺為
初商積可商十尺乃以十尺書於原積
二千尺之上而以所商十尺為初商之
高與闊加縱多五尺得十五尺為初商
之長即以初商之高與闊十尺自乘得
一百尺又以初商之長十五尺再乘得
一千五百尺書於原積之下相減餘九

二〇八〇―八八―〇
四〇―四四―〇
四五―九九―〇
一〇二一―〇

百四十八尺為次商廉隅之共積乃以初商之高與闊十尺自乘得一百尺此一方廉初商數也又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺加倍為帶縱兩方廉即初商加縱多也兩數相併得四百尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積九百四十八尺足二尺則以二尺書於原積八尺之上而以初商之高與闊十尺倍之得二十尺

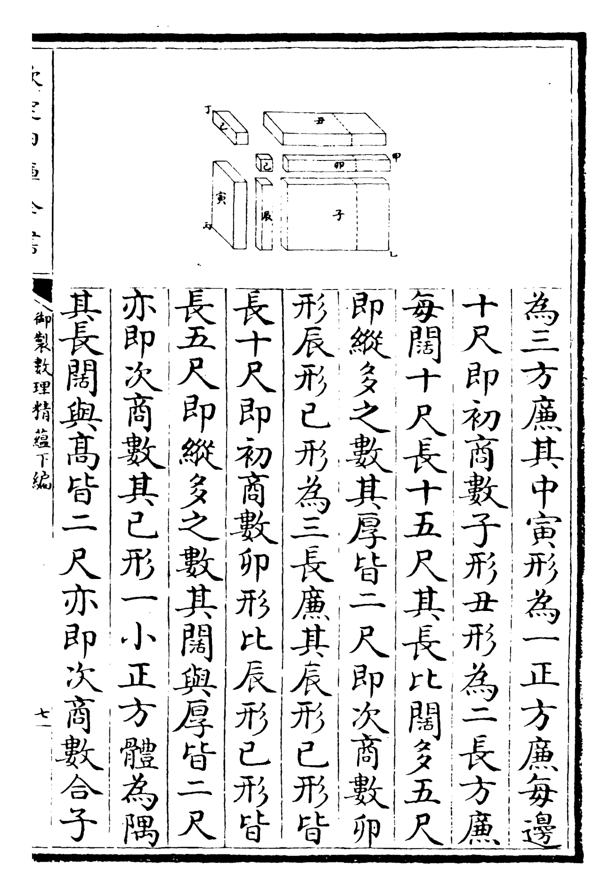
四 ○ ○
七 ○
四

四 七 四二

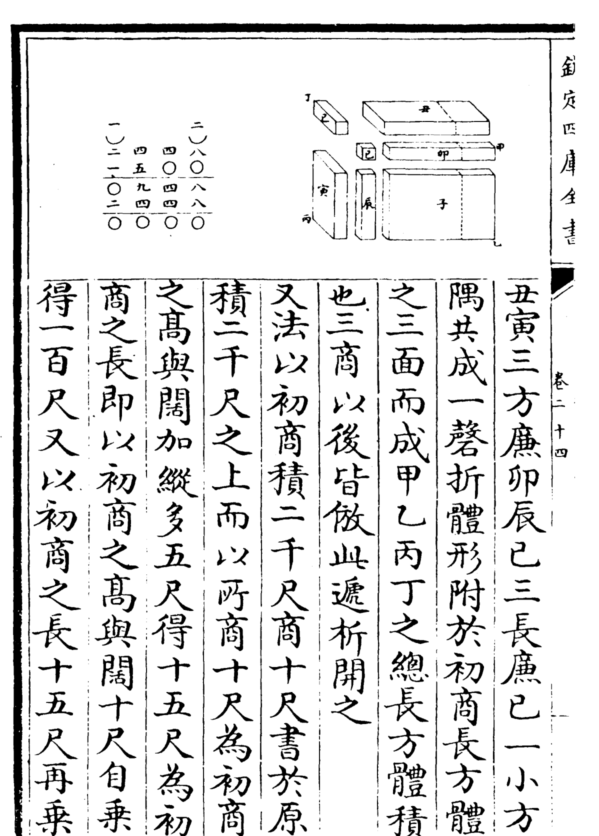
九 四 八

（此兩長廉初商數也）與初商之長十五尺相併（此帶縱一長廉也）得三十五尺以次商之二尺乘之得七十尺為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四百七十四尺為廉隅共法以次商之二尺乘之得九百四十八尺書於餘積之下相減恰盡是知立方之高與闊俱一十二尺加縱多五尺得一十七

尺即立方之長也如圖甲乙丙丁長方體形容積二千四百四十八尺其甲乙高甲戊闊皆十二尺甲己長十七尺甲己比庚己所多甲庚五尺即縱多之數其從一角所分辛乙癸壬長方體形壬癸與辛乙皆十尺即初商數壬辛十五尺即初商加縱多之數辛乙癸壬長方積一千五百尺即初商自乘又以初商加縱多再乘之數所餘子形丑形寅形



為三方廉其中寅形為一正方廉每邊十尺即初商數子形丑形為二長方廉每闊十尺長十五尺其長比闊多五尺即縱多之數其厚皆二尺即次商數卯形辰形己形為三長廉其辰形己形皆長十尺即初商數卯形比辰形己形皆長五尺即縱多之數其闊與厚皆二尺亦即次商數其己形一小正方體為隅其長闊與高皆二尺亦即次商數合子



丑寅三方廉卯辰巳三長廉巳一小方隅共成一磬折體形附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總長方體積也三商以後皆倣此遞析開之

又法以初商積二千尺商十尺書於原積二千尺之上而以所商十尺為初商之高與闊加縱多五尺得十五尺為初商之長即以初商之高與闊十尺自乘得一百尺又以初商之長十五尺再乘

　　一〇
　　一〇
———————
　　〇〇
　一〇
———————
　一〇〇
　　一五
———————
　五〇〇
一〇〇
———————
一五〇〇

得一千五百尺書於原積之下相減餘九百四十八尺為次商積乃以初商之高與闊十尺自乘得一百尺又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺兩數相併得四百尺為次商三方廉面積以除次商積九百四十八尺足二尺則以二尺書於原積八尺之上合初商次商共一十二尺為初商次商之高與闊加

```
    一二
    一二
  ────
    二四
   一二
  ────
   一四四
    一七
  ─────
  一〇〇八
  一四四
  ─────
  二四四八
```

縱多五尺得十七尺為初商次商之長乃以初商次商之高與闊十二尺自乘得一百四十四尺又以初商次商之長十七尺再乘得二千四百四十八尺與原積相減恰盡即知立方之高與闊俱十二尺其長為十七尺也

設如帶一縱立方積一萬九千零八寸其高與闊相等長比高闊多一百二十寸問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其一萬九千

寸為初商積可商二十寸則以二十寸為高與闊加縱多一百二十寸得一百四十寸為長即以高與闊二十寸自乘得四百寸又以長一百四十寸再乘得五萬六千寸大於原積二倍有餘乃退商十寸書於原積九千寸之上而以所商十寸為初商之高與闊加縱多一百二十寸得一百三十寸為初商之長乃以初商之高與闊十寸自乘得一百寸

又以初商之長一百三十寸再乘得一萬三千寸書於原積之下相減餘六千零八寸為次商廉隅之共積乃以初商之高與闊十寸自乘得一百寸又以初商之高與闊十寸與初商之長一百三十寸相乘得一千三百寸倍之得二千六百寸兩數相併得二千七百寸為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積六千零八寸足二寸則以二寸書於原

二　七三　○○　○○四

三○○四二

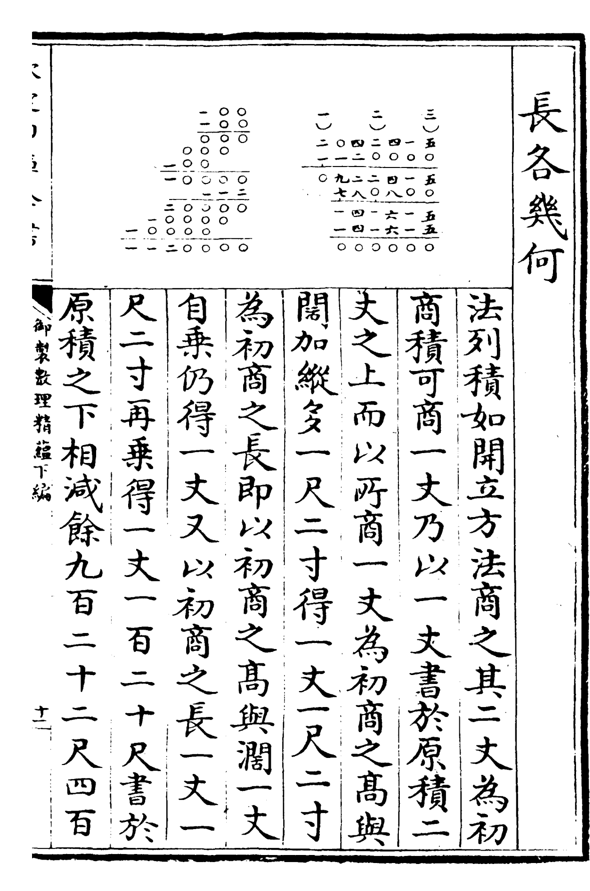
六○○八

積八寸之上而以初商之高與闊十寸倍之得二十寸又與初商之長一百三十寸相併得一百五十寸以次商之二寸乘之得三百寸為次商三長廉面積又以次商之二寸自乘得四寸為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三千零四寸為廉隅共法以次商之二寸乘之得六千零八寸書於餘積之下相減恰盡是知立方之高與

闊俱十二寸加縱多一百二十寸得一百三十二寸即立方之長也此法因帶縱甚大按立方例所得初商數並加縱多所得初商積必大於原積幾倍依次漸取小數開之又至甚煩故約略其分退商之至商出之積比原積微小而後可是則帶縱立方立法之最難者也

	一			二
	)			)
一	九	〇	〇	八
一	三	〇	〇	〇
〇	六	〇	〇	八
	六	〇	〇	八
	〇	〇	〇	〇

設如帶一縱立方積二丈零四十二尺四百一十五寸其高與闊相等長比高闊多一尺二寸問高闊



長各幾何

法列積如開立方法商之其二丈為初商積可商一丈乃以一丈書於原積二丈之上而以所商一丈為初商之高與闊加縱多一尺二寸得一丈一尺二寸為初商之長即以初商之高與闊一丈自乘仍得一丈又以初商之長一丈一尺二寸再乘得一丈一百二十尺書於原積之下相減餘九百二十二尺四百

一			二			三
二	○	四	二	四	一	五
一	一	二	○	○	○	○
○	九	二	二	四	一	五
	七	八	○	八	○	○
	一	四	一	六	一	五
	一	四	一	六	一	五
	○	○	○	○	○	○

一十五寸為次商廉隅之共積乃以初商之高與闊一丈作一十尺自乘得一百尺又以初商之長一丈一尺二寸作一十一尺二寸與初商之高與闊一十尺相乘得一百一十二尺倍之得二百二十四尺兩數相併得三百二十四尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積九百二十二尺足二尺則以二尺書於原積二尺之上而以初商之高與

```
三　二　四　〇　〇
　　六　二　四　〇
　　　　四　〇　〇
──────────
三　九　〇　四　〇
　　　　　　二　〇
──────────
〇　〇　〇　〇　〇
七　八　〇　八　〇　〇
──────────
七　八　〇　八　〇　〇
```

闊一十尺倍之得二十尺與初商之長一十一尺二寸相併得三十一尺二寸以次商之二尺乘之得六十二尺四十寸為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百九十尺四十寸為廉隅共法以次商之二尺乘之得七百八十尺八百寸書於餘積之下相減仍餘一百四十一尺六

一)			二)			三)
二	〇	四	二	四	一	五
一	一	二	〇	〇	〇	〇
〇	九	二	二	四	一	五
	七	八	〇	八	〇	〇
	一	四	一	六	一	五
	一	四	一	六	一	五
	〇	〇	〇	〇	〇	〇

百一十五寸即一十四萬一千六百一十五寸為三商廉隅之共積其初商次商所得之一丈二尺為高與闊加縱多一尺二寸得一丈三尺二寸為長乃以初商次商之高與闊一丈二尺作一百二十寸自乘得一萬四千四百寸又以初商次商之長一丈三尺二寸作一百三十二寸與初商次商之高與闊一百二十寸相乘得一萬五千八百四十寸

○六九	八一	○一	六一	四	
五三	○	二	七	四	
五	一	六	一	四	一

倍之得三萬一千六百八十寸兩數相併得四萬六千零八十寸為三商三方廉面積以除三商廉隅之共積一十四萬一千六百一十五寸足三寸則以三寸書於原積五寸之上而以初商次商之高與闊一百二十寸倍之得二百四十寸與長一百三十二寸相併得三百七十二寸以三商之三寸乘之得一千一百一十六寸為三商三長廉面積又

四 六 ○ 八 ○
　 一 一 一 六
　 　 　 　 一

四 七 二 ○ 五
　 　 　 　 三

一 四 一 六 一 五

以三商之三寸自乘得九寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四萬七千二百零五寸為廉隅共法以三商之三寸乘之得一十四萬一千六百一十五寸書於餘積之下相減恰盡是知立方之高與闊俱一丈二尺三寸加縱多一尺二寸俱一丈三尺五寸即立方之長也

又法以初商積二丈商一丈書於原積

三）五〇五〇五五〇
一〇一〇一一〇
四〇四八六四〇
二）二〇二〇一二〇
四二二〇四四〇
〇一九九一〇〇
二）二一〇一〇二〇

一〇〇
一〇〇
〇〇〇
〇〇〇
一〇〇
一〇〇〇〇
一一二
三〇〇〇〇
一〇〇〇〇
一〇〇〇〇
一一二〇〇〇〇

二丈之上而以所商一丈為初商之高與闊加縱多一尺二寸得一丈一尺二寸為初商之長即以初商之高與闊一丈自乘仍得一丈又以初商之長一丈一尺二寸再乘得一丈一百二十尺書於原積之下相減餘九百二十二尺四百一十五寸為次商積乃以初商之高與闊一丈作一十尺自乘得一百尺又以初商之長一丈一尺二寸作一十一

三)五〇五〇五五〇
一〇一〇一一〇
四〇四八六四〇
二)二〇二〇一二〇
四二二〇四四〇
〇一九九一〇〇
一)二一〇一〇二〇

尺二寸與初商之高與闊一十尺相乘得一百一十二尺倍之得二百二十四尺兩數相併得三百二十四尺為次商三方廉面積以除次商積九百二十二尺四百一十五寸足二尺則以二尺書於原積二尺之上合初商次商共一丈二尺為初商次商之高與闊加縱多一尺二寸得一丈三尺二寸為初商次商之長乃以初商次商之高與闊一丈二

一二〇
一二〇
〇〇〇
二四〇
一二〇
一四四〇〇
一三二
二八八〇〇
四三二〇〇
一四四〇〇
一九〇〇八〇〇

尺自乘得一丈四十四尺又以初商次商之長一丈三尺二寸再乘得一丈九百尺零八百寸與原積相減餘一百四十一尺六百一十五寸即一十四萬一千六百一十五寸為三商積乃以初商次商之高與闊一丈二尺作一百二十寸自乘得一萬四千四百寸又以初商次商之長一丈三尺二寸作一百三十二寸與初商次商之高與闊一百二十

一			二			三
二	〇	四	二	四	一	五
一	一	二	〇	〇	〇	〇
〇	九	二	二	四	一	五
一	九	〇	〇	八	〇	〇
〇	一	四	一	六	一	五
二	〇	四	二	四	一	五
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

寸相乘得一萬五千八百四十寸倍之得三萬一千六百八十寸兩數相併得四萬六千零八十寸為三商三方廉面積以除三商積一十四萬一千六百一十五寸足三寸則以三寸書於原積五寸之上合初商次商三商共一丈二尺三寸為初商次商三商之高與闊加縱多一尺二寸得一丈三尺五寸為初商次商三商之長乃以初商次商三商之

```
        一二三
        一二三
        ──────
        三六九
       二四六
      一二三
      ──────
      一五一二九
        一三五
      ──────
      七五六四五
     四五三八七
    一五一二九
    ──────
    二〇四二四一五
```

高與闊一丈二尺三寸自乘得一丈五十一尺二十九寸又以初商次商三商之長一丈三尺五寸再乘得二丈零四十二尺四百一十五寸與原積相減恰盡即知立方之高與闊俱一丈二尺三寸其長為一丈三尺五寸也

設如帶兩縱相同立方積五百六十七尺其長與闊俱比高多二尺問長闊高各幾何

法列積如開立方法商之共積五百六

七)五六七
　五六七
　○○○

十七尺可商八尺因留兩縱積故取略小之數商七尺乃以七尺書於原積七尺之上而以所商七尺為高加縱多二尺得九尺為長與闊即以長與闊九尺自乘得八十一尺又以高七尺再乘得五百六十七尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高為七尺加縱多二尺得九尺即立方之長與闊也如圖甲乙丙丁戊己扁方體形容積五百六十七

尺其甲乙為高甲子為闊甲已為長甲乙七尺甲子甲已皆比甲乙多二尺即所帶之縱其甲乙癸壬辛庚正方形即初商之積庚辛壬癸丙丁戊已磬折體形即所帶之縱積也此法因長闊俱比高多故初商所得為高於高加縱多即長與闊也

設如帶兩縱相同立方積三千四百六十八尺其長與闊俱比高多五尺問長闊高各幾何

一)三二	四二	六五	二)八〇
一一	二三	一一	八八
〇	〇	〇	〇

法列積如開立方法商之其三千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積三千尺之上而以初商十尺為初商之高加縱多五尺得十五尺為初商之長與闊即以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺又以初商之高十尺再乘得二千二百五十尺書於原積之下相減餘一千二百一十八尺為次商廉隅之共積乃以初商之長與闊十五

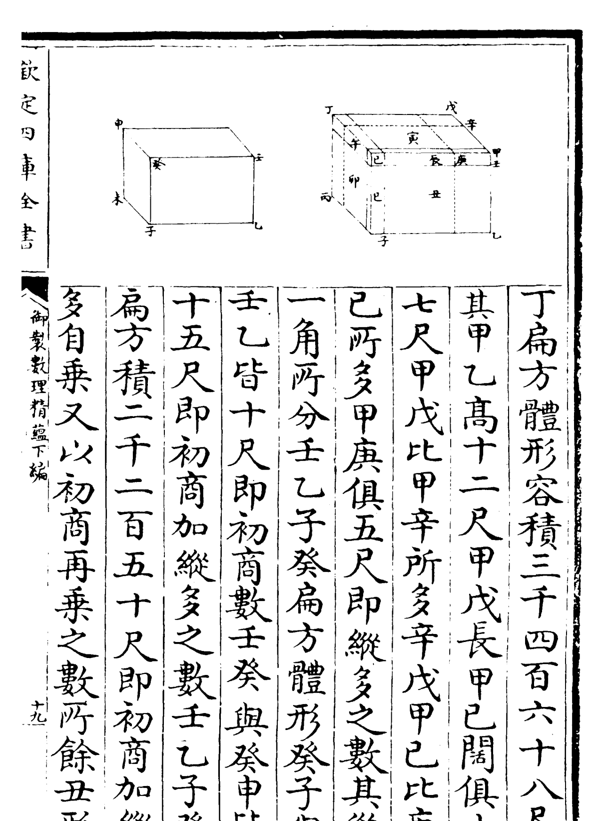
```
  二　五
  一　五
  ──────
  七　五
一五
  ──────
二二　五
  一　〇
  ──────
〇　〇　〇
二二五
  ──────
二二五〇
```

尺自乘得二百二十五尺此一方廉長闊皆帶一縱也又以初商之高十尺與初商之長與闊十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺加倍為帶縱兩方廉即初商加縱多也兩數相併得五百二十五尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積一千二百一十八尺足二尺則以二尺書於原積八尺之上而以初商之長與闊十五尺倍之得三十尺此兩長廉即長闊各帶一縱也與初商之高

二八〇 八八 〇
六五 一一 〇
四二 三三 〇
一三二 一一 〇

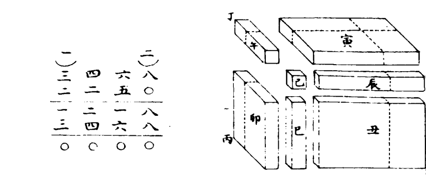
五〇四 九二 八
二八 〇 一
五 六 二
一

十尺相併（此一長廉初商數也）得四十尺以次商之二尺乘之得八十尺為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得六百零九尺為廉隅共法以次商之二尺乘之得一千二百一十八尺書於餘積之下相減恰盡是知立方之高為十二尺加縱多五尺得十七尺為立方之長與闊也如圖甲乙丙



丁扁方體形容積三千四百六十八尺其甲乙高十二尺甲戊長甲己闊俱十七尺甲戊比甲辛所多辛戊甲己比庚己所多甲庚俱五尺即縱多之數其從一角所分壬乙子癸扁方體形癸子與壬乙皆十尺即初商數壬癸與癸申皆十五尺即初商加縱多之數壬乙子癸扁方積二千二百五十尺即初商加縱多自乘又以初商再乘之數所餘丑形

寅形卯形為三方廉其中寅形為一正方廉每邊十五尺即初商加縱多之數丑形卯形為二長方廉每高十尺長十五尺其長比高多五尺即縱多之數其厚皆二尺即次商數辰形巳形午形為三長廉巳形長十尺即初商數辰形午形比巳形俱長五尺即縱多之數其闊與厚皆二尺亦即次商數其巳形一小正方體為隅其長闊高皆二尺亦即次



商數合丑寅卯三方廉辰巳午三長廉己一小方隅共成一磬折體形附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總扁方體積也三商以後皆倣此遞析開之

又法以初商積三千尺商十尺書於原積三千尺之上而以所商十尺為初商之高加縱多五尺得十五尺為初商之長與闊即以初商之長與闊十五尺自

乘得二百二十五尺又以初商之高十尺再乘得二千二百五十尺書於原積之下相減餘一千二百一十八尺為次商積乃以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺又以初商之高十尺與初商之長與闊十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺兩數相併得五百二十五尺為次商三方廉面積以除次商積一千二百一十八尺足二尺則

		一	七
		一	七
	一	一	九
	一	七	
	二	八	九
		一	二
	五	七	八
二	八	九	
三	四	六	八

以二尺書於原積八尺之上合初商次商共十二尺為初商次商之高加縱多五尺得十七尺為初商次商之長與闊乃以初商次商之長與闊十七尺自乘得二百八十九尺又以初商次商之高十二尺再乘得三千四百六十八尺與原積相減恰盡即知立方之高為十二尺其長與闊得十七尺也

設如帶两縱相同立方積一百零三萬四千二百八

十九寸其長與闊俱比高多三百三十寸問長闊高各幾何

九
一〇三四二八九
一〇三四二八九
〇〇〇〇〇〇〇

法列積如開立方法商之其一百萬寸為初商積可商一百寸乃以所商一百寸為高加縱多三百三十寸得四百三十寸為長與闊即以長與闊四百三十寸自乘得一十八萬四千九百寸又以高一百寸再乘得一千八百四十九萬寸大於原積十倍有餘是初商不可商

三三九
三三九
三○五一
一○一七
一○一七
一一四九二一
九
一○三四二八九

一百寸也乃改商十寸為高既大於原積十倍有餘故取十分之一商之為十寸加縱多三百三十寸得三百四十寸為長與闊即以長與闊三百四十寸自乘得一十一萬五千六百寸又以高十寸再乘得一百一十五萬六千寸仍大於原積是亦不可商一十寸也乃改商九寸書於原積九寸之上而以所商九寸為高加縱多三百三十寸得三百三十九寸為長與闊即以長

```
    三三九
    三三九
  ―――――――
   三〇五一
  一〇一七
 一〇一七
  ―――――――
 一一四九二一
         九
  ―――――――
一〇三四二八九
```

與闊三百三十九寸自乘得一十一萬四千九百二十一寸又以高九寸再乘得一百零三萬四千二百八十九寸書於原積之下相減恰盡是知立方之高為九寸加縱多三百三十寸得三百三十九寸為立方之長與闊也

設如帶两縱相同立方積一十一丈五百零九尺二百六十八寸其長與闊俱比高多二尺一寸問長闊高各幾何

法列積如開立方法商之其一十一丈為初商積可商二丈乃以二丈書於原積一丈之上而以所商二丈為初商之高加縱多二尺一寸得二丈二尺一寸為初商之長與闊乃以初商之長與闊二丈二尺一寸自乘得四丈八十八尺四十一寸又以初商之高二丈再乘得九丈七百六十八尺二百寸書於原積之下相減餘一丈七百四十一尺零六

二)八○|八○|八八|○
六○|六一|五五|○
二二|○六|四四|○
一)九八|一七|三三|○
○六|四三|○○|○
五七|七四|三三|○
二)一九|一一|○
一|○

十八寸即一千七百四十一尺零六十八寸為次商廉隅之共積乃以初商之長與闊二丈二尺一寸作二十二尺一寸自乘得四百八十八尺四十一寸又以初商之高二丈作二十尺與初商之長與闊二十二尺一寸相乘得四百四十二尺倍之得八百八十四尺兩數相併得一千三百七十二尺四十一寸為次商三方廉面積以除次商廉隅之共

	一	三	七	二	四	一
			六	四	二	〇
				一	〇	〇
	一	四	三	七	六	一
					二	〇
	〇	〇	〇	〇	〇	〇
一	四	三	七	六	一	
一	四	三	七	六	一	〇

積一千七百四十一尺零六十八寸足一尺則以一尺書於原積九尺之上而以初商之長與闊二十二尺一寸倍之得四十四尺二寸與初商之高二十尺相併得六十四尺二寸以次商之一尺乘之得六十四尺二十寸為次商三長廉面積又以次商之一尺自乘仍得一尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千四百三十七

	二			一			二
	〇			〇			〇
一	一	五	〇	九	二	六	八
	九	七	六	八	二	〇	〇
〇	一	七	四	一	〇	六	八
	一	四	三	七	六	一	〇
	〇	三	〇	三	四	五	八
		三	〇	三	四	五	八
		〇	〇	〇	〇	〇	〇

尺六十一寸為廉隅共法以次商之一尺乘之得一千四百三十七尺六百一十寸書於餘積之下相減仍餘三百零三尺四百五十八寸即三十萬三千四百五十八寸為三商廉隅之共積其初商次商所得之二丈一尺為髙加縱多二尺一寸得二丈三尺一寸為長與闊乃以初商次商之長與闊二丈三尺一寸作二百三十一寸自乘得五萬三千

```
一　五　〇　三　八　一
　　　　二　三　四　四
　　　　　　　　　　四
一　五　一　七　二　九
　　　　　　　　　　二
三　〇　三　四　五　八
```

三百六十一寸又以初商次商之高二丈一尺作二百一十寸與初商次商之長與闊二百三十一寸相乘得四萬八千五百一十寸倍之得九萬七千零二十寸兩數相併得一十五萬零三百八十一寸為三商三方廉面積以除三商廉隅之共積三十萬零三千四百五十八寸足二寸則以二寸書於原積八寸之上而以初商次商之長與闊二百三

十一寸倍之得四百六十二寸與初商次商之高二百一十寸相加得六百七十二寸以三商之二寸乘之得一千三百四十四寸為三商三長廉面積又以三商之二寸自乘得四寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一十五萬一千七百二十九寸為廉隅共法以三商之二寸乘之得三十萬三千四百五十八寸書於餘積之下

相減恰盡是知立方之高得二丈一尺二寸加縱多二尺一寸得二丈三尺三寸即立方之長與闊也

四）三三〇
九九〇
二二〇

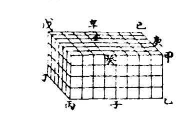
設如帶兩縱不同立方積一百九十二尺其闊比高多二尺其長比闊又多二尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其積一百九十二尺可商五尺乃以所商五尺為高加闊比高多二尺得七尺為闊再加長比闊多二尺得九尺為長即以高五尺

四)
二九二
一九二
○○○

六四
二四
八
一九二

與闊七尺相乘得三十五尺又以長九尺再乘得三百一十五尺大於原積乃改商四尺書於原積二尺之上而以所商四尺為髙加闊比髙多二尺得六尺為闊再加長比闊多二尺得八尺為長即以髙四尺與闊六尺相乘得二十四尺又以長八尺再乘得一百九十二尺書於原積之下相減恰盡是知立方之髙為四尺其闊為六尺其長為八尺也



如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百九十二尺其甲乙為高四尺甲己為闊六尺己戊為長八尺甲己比甲庚所多庚己二尺即闊比高所帶之縱己戊比己辛所多辛戊四尺即長比高所帶之縱甲乙子癸壬庚正方形即初商之正方積庚壬癸子丙丁戊辛己磬折體形即長闊兩縱所多之長方積也此法因長比闊多闊又比高多故初商所得

即為高於高加闊縱為闊於闊加長縱為長也

設如帶兩縱不同立方積三千零二十四尺其闊比高多二尺其長比闊又多四尺問高闊長各幾何

一			二
）			）
三	〇	二	四
一	九	三	〇
一	一	〇	四
一	一	〇	四
〇	〇	〇	〇

法列積如開立方法商之其三千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積三千尺之上而以所商十尺為初商之高加闊比高多二尺得十二尺為初商之闊再加長比闊多四尺得十六尺為

一二
一〇
〇〇
一二
一二〇
一六
七二〇
一二〇
一九二〇

初商之長乃以初商之高十尺與初商之闊十二尺相乘得一百二十尺又以初商之長十六尺再乘得一千九百二十尺書於原積之下相減餘一千一百零四尺為次商廉隅之共積乃以初商之高十尺與初商之闊十二尺相乘得一百二十八（此帶闊縱一方廉也）又以初商之高十尺與初商之長十六尺相乘得一百六十尺（此帶長縱一方廉也）又以初商之闊十二

二）四〇
四四
〇

二二
〇〇
〇

〇九
一一
〇

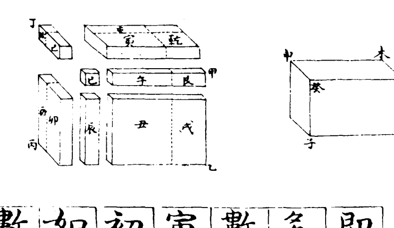
一）三一
一一
〇

尺與初商之長十六尺相乘得一百九十二尺（此帶長闊兩縱一方廉也）三數相併得四百七十二尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積一千一百零四尺足二尺則以二尺書於原積四尺之上而以初商之高十尺（此一長廉初商數也）與初商之闊十二尺相併（此帶闊縱一長廉也）得二十二尺又與初商之長十六尺相併（此帶長縱一長廉也）得三十八尺以次商之二尺乘之得七十

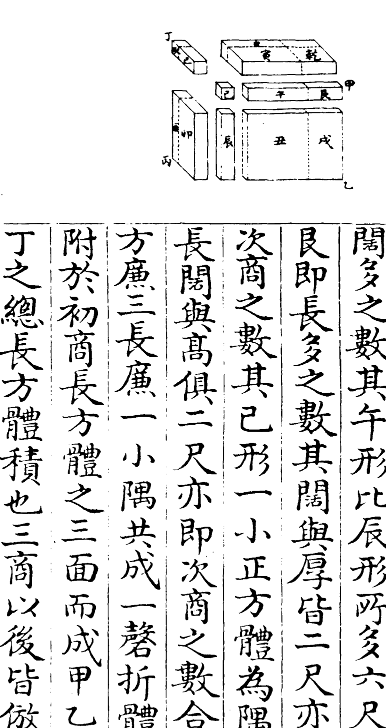
二六四二　二四
七七　五　〇
四　五　一　一

六尺為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得五百五十二尺為廉隅共法以次商之二尺乘之得一千一百零四尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高得十二尺加闊比高多二尺得十四尺為闊又加長比闊多四尺得十八尺為長也如圖甲乙丙丁長方體形容積三千零二

十四尺其甲乙高十二尺甲戊闊十四尺甲己長十八尺甲戊比甲庚所多二尺即闊比高所多之數甲己比辛己所多六尺即長比高所多之數其從一角所分壬乙子癸長方體形壬乙與癸子皆十尺即初商之數壬未與癸申皆十二尺即初商之高加闊多之數壬癸與未申皆十六尺即初商之高加闊多又加長多之數壬乙子癸長方體形所容



一千九百二十尺即初商積所餘丑形寅形卯形為三方廉其卯形之高十尺即初商之數其帶闊縱二尺如酉即闊多之數其丑形之高十尺亦即初商之數其帶長縱六尺如戌即長多之數其寅形之闊十尺又帶闊多二尺如亥即初商之高加闊多之數其帶長縱六尺如乾即初商之高加闊多又加長多之數其厚皆二尺即次商之數辰形巳形



午形為三長亷其辰形之長十尺即初商之數巳形比辰形所多二尺如坎即闊多之數其午形比辰形所多六尺如艮即長多之數其闊與厚皆二尺亦即次商之數其己形一小正方體為隅其長闊與高俱二尺亦即次商之數合三方亷三長亷一小隅共成一磬折體形附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總長方體積也三商以後皆倣此

一　　二
三〇二四
二九二〇
一一〇四
三〇二四
〇〇〇〇

一二
一〇
〇〇
一二
一二〇
一六
七二〇
一二〇
一九二〇

遞析開之

又法以初商積三千尺商十尺書於原積三千尺之上而以所商十尺為初商之高加闊比高多二尺得十二尺為初商之闊再加長比闊多四尺得十六尺為初商之長即以初商之高十尺與初高之闊十二尺相乘得一百二十尺又以初商之長十六尺再乘得一千九百二十尺書於原積之下相減餘一千一

二)四〇四四〇
二二〇二〇
〇九一〇〇
一)三二一三〇

百零四尺為次商積乃以初商之闊十二尺與初商之長十六尺相乘得一百九十二尺又以初商之高十尺與初商之闊十二尺相乘得一百二十尺又以初商之高十尺與初商之長十六尺相乘得一百六十尺三數相併得四百七十二尺為次商三方廉面積以除次商積一千一百零四尺足二尺則以二尺書於原積四尺之上合初商次商共十

一四
二二
二八
一四
一六八
一八
一三四四
一六八
三〇二四

二尺為初商次商之高加闊比高多二尺得十四尺為初商次商之闊再加長比闊多四尺得十八尺為初商次商之長乃以初商次商之高十二尺與初商次商之闊十四尺相乘得一百六十八尺又以初商次商之長十八尺再乘得三千零二十四尺與原積相減恰盡即知立方之高為十二尺其闊為十四尺其長為十八尺也

設如帶兩縱不同立方積三十萬零一百六十寸其闊比高多二十二寸其長比高多一百一十四寸問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其三十萬寸為初商積可商六十寸乃以所商六十寸為高加闊比高多九十二寸得一百五十二寸為闊再加長比高多一百一十四寸得一百七十四寸為長即以高六十寸與闊一百五十二寸相乘得九

			一	一	二
				二	〇
			〇	〇	〇
		二	二	四	
		二	二	四	〇
			一	三	四
		八	九	六	〇
	六	七	二	〇	
二	二	四	〇		
三	〇	〇	一	六	〇

千一百二十寸又以長一百七十四寸再乘得一百五十八萬六千八百八十寸大於原積五倍有餘是初商不可商六十寸也乃改商二十寸書於原積空千寸之上而以所商二十寸為高加闊比高多九十二寸得一百一十二寸為闊又以高二十寸加長比高多一百一十四寸得一百三十四寸為長乃以高二十寸與闊一百一十二寸相乘得二

千二百四十寸又以長一百三十四寸再乘得三十萬零一百六十寸書於原積之下相減恰盡是知次商為空位而立方之高為二十寸其闊為一百一十二寸其長為一百三十四寸也

```
            一 一 二
               二 ○
────────────────────
            ○ ○ ○
         二 二 四
────────────────────
         二 二 四 ○
            一 三 四
────────────────────
         八 九 六 ○
      六 七 二 ○
   二 二 四 ○
────────────────────
三 ○ ○ 一 六 ○
```

設如帶兩縱不同立方積一萬三千二百八十四寸其闊比高多三寸其長比闊多一百一十一寸問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其一萬三千

　　　　九
一三二八四
一三二八四
○○○○○

寸為初商積可商二十寸乃以所商二十寸為高加闊比高多三寸得二十三寸為闊再加長比闊多一百一十一寸得一百三十四寸為長即以高與闊與長按法相乘得六萬一千六百四十寸大於原積四倍有餘是初商不可商二十寸也乃退商十寸而以所商十寸為高加闊比高多三寸得十三寸為闊再加長比闊多一百一十一寸得一百二

九)一三二八四
　一三二八四
　〇〇〇〇〇

一二
　九
一〇八
一二三
三二四
二一六
一〇八
一三二八四

十四寸為長即以高與闊與長按法相乘得一萬六千一百二十寸仍大於原積乃復退商九寸書於原積四寸之上而以所商九寸為高加闊比高多三寸得十二寸為闊再加長比闊多一百一十一寸共一百二十三寸為長即以高九寸與闊十二寸相乘得一百零八寸又以長一百二十三寸再乘得一萬三千二百八十四寸書於原積之下相減

恰盡是知立方之高為九寸其闊為十二寸其長為一百二十三寸也

設如帶兩縱不同立方積一十三丈二百四十九尺五百四十五寸其闊比高多一尺其長比闊又多二尺二寸問高闊長各幾何

	二			二			三
	)			)			)
一	三	二	四	九	五	四	五
	九	七	四	四	〇	〇	〇
〇	三	五	〇	五	五	四	五
	三	〇	〇	七	二	〇	〇
	〇	四	九	八	三	四	五
		四	九	八	三	四	五
		〇	〇	〇	〇	〇	〇

法列積如開立方法商之其一十三丈為初商積可商二丈乃以二丈書於原積三丈之上而以所商二丈為初商之高加闊比高多一尺得二丈一尺為初

	二			二			三
一	三	二	四	九	五	四	五
	九	七	四	四	〇	〇	〇
〇	三	五	〇	五	五	四	五
	三	〇	〇	七	二	〇	〇
	〇	四	九	八	三	四	五
		四	九	八	三	四	五
		〇	〇	〇	〇	〇	〇

商之闊再加長比闊多二尺二寸得二丈三尺二寸為初商之長即以初商之高二丈與初商之闊二丈一尺相乗得四丈二十尺又以初商之長二丈三尺二寸再乗得九丈七百四十四尺書於原積之下相減餘三丈五百零五尺五百四十五寸即三千五百零五尺五百四十五寸為次商廉隅之共積乃以初商之高二丈作二十尺初商之闊二丈

一尺作二十一尺相乘得四百二十尺又以初商之長二丈三尺二寸作二十三尺二寸與初商之高二十尺相乘得四百六十四尺又以初商之闊二十一尺與初商之長二十三尺二寸相乘得四百八十七尺二十寸三數相併得一千三百七十一尺二十寸為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積三千五百零五尺五百四十五寸足二尺則以

	二			二			三
一	三九	二七	四四	九四	五〇	四〇	五〇
	三三	五〇	〇〇	五七	五二	四〇	五〇
	〇	四四	九九	八八	三三	四四	五五
		〇	〇	〇	〇	〇	〇

二尺書於原積九尺之上而以初商之高二十尺與初商之闊二十一尺初商之長二十三尺二寸相併得六十四尺二寸以次商之二尺乘之得一百二十八尺四十寸為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千五百零三尺六十寸為廉隅共法以次商之二尺乘之得三千零七

	一	三	七	一	二	○
		一	二	八	四	○
				四	○	○
	一	五	○	三	六	○
					二	○
	○	○	○	○	○	○
三	○	○	七	二	○	
三	○	○	七	二	○	○

尺二百寸書於餘積之下相減仍餘四百九十八尺三百四十五寸即四十九萬八千三百四十五寸為三商廉隅之共積其初商次商所得之二丈二尺為高加闊比高多一尺得二丈三尺為闊又加長比闊多二尺二寸得二丈五尺二寸為長乃以初商次商之高二丈二尺作二百二十寸初商次商之闊二丈三尺作二百三十寸相乘得五萬零六

	二			二			三
一	三	二	四	九	五	四	五
	九	七	四	四	〇	〇	〇
〇	三	五	〇	五	五	四	五
	三	〇	〇	七	二	〇	〇
	〇	四	九	八	三	四	五
		四	九	八	三	四	五
		〇	〇	〇	〇	〇	〇

百寸又以初商次商之長二丈五尺二寸作二百五十二寸與初商次商之高二百二十寸相乘得五萬五千四百四十寸又以初商次商之闊二百三十寸與初商次商之長二百五十二寸相乘得五萬七千九百六十寸三數相併得一十六萬四千寸為三商三方廉面積以除三商廉隅之共積四十九萬八千三百四十五寸足三寸則以三寸書於

一	六	四二	〇一	〇〇	〇六九
一	六	六	一	一	五三
四	九	八	三	四	五

原積五寸之上而以初商次商之高二百二十寸與初商次商之闊二百三十寸初商次商之長二百五十二寸相併得七百零二寸以三商之三寸乘之得二千一百零六寸為三商三長廉面積又以三商之三寸自乘得九寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一十六萬六千一百一十五寸為廉隅共法以三商之三寸乘之得

	二			二			三
一	三	二	四	九	五	四	五
	九	七	四	四	〇	〇	〇
〇	三	五	〇	五	五	四	五
	三	〇	〇	七	二	〇	〇
	〇	四	九	八	三	四	五
		四	九	八	三	四	五
		〇	〇	〇	〇	〇	〇

四十九萬八千三百四十五寸書於餘積之下相減恰盡是知立方之高得二丈二尺三寸加闊比高多一尺得二丈三尺三寸為闊又加長比闊多二尺二寸得二丈五尺五寸為長也

設如帶兩縱不同立方積一百三十二萬八千二百五十尺其闊比高多五尺其長比闊又多五尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其一百萬尺

為初商積可商一百尺乃以一百尺書於原積一百萬尺之上而以所商之一百尺為初商之高加闊比高多五尺得一百零五尺為初商之闊再加長比闊多五尺得一百一十尺為初商之長乃以初商之高一百尺與初商之闊一百零五尺相乘得一萬零五百尺又以初商之長一百一十尺再乘得一百一十五萬五千尺書於原積之下相減餘一

一			○			五
一	三	二	丶	二	五	
一	一	五	五	○	○	
○	一	七	三	二	五	○
	一	七	三	二	五	○
	○	○	○	○	○	○

十七萬三千二百五十尺為次商廉隅之共積乃以初商之高一百尺與初商之闊一百零五尺相乘得一萬零五百尺又以初商之高一百尺與初商之長一百一十尺相乘得一萬一千尺又以初商之闊一百零五尺與初商之長一百一十尺相乘得一萬一千五百五十尺三數相併得三萬三千零五十尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共

三　三　○　五　○
　　一　五　七　五
　　　　　　二　五

三　四　六　五　○
　　　　　　　　五

一　七　三　二　五　○

積一十七萬三千二百五十尺不足一十尺僅足五尺是次商為空位也乃書一空於原積八千尺之上以存次商之位復以所商五尺書於原積空尺之上而以初商次商之高一百尺與初商次商之闊一百零五尺初商次商之長一百一十尺相併得三百一十五尺以三商之五尺乘之得一千五百七十五尺為三商三長廉面積又以三商五尺自

	三	三	○	五	○
		一	五	七	五
				二	五
	三	四	六	五	○
					五
一	七	三	二	五	○

乘得二十五尺為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三萬四千六百五十尺為廉隅共法以三商之五尺乘之得一十七萬三千二百五十尺書於餘積之下相減恰盡是知立方之高為一百零五尺加闊比高多五尺得一百一十尺為闊又加長比闊多五尺得一百一十五尺為長也

設如一尺土方三萬九千六百八十八尺築堤一段

其高與闊相等其長比高闊多六十尺問高闊長各幾何

```
    二)八〇八八〇
       八〇八八〇
       六〇六六〇
  二)九二七七〇
  三三〇
```

法列積用帶一縱立方法開之其三萬九千尺為初商積可商三十尺乃以所商三十尺為高與闊加縱多六十尺得九十尺為長即以高與闊三十尺自乘得九百尺又以長九十尺再乘得八萬一千尺大於原積乃改商二十尺書於原積九千尺之上而以所商二十尺為

初商之高與闊加縱多六十尺得八十尺為初商之長即以初商之高與闊二十尺自乘得四百尺又以初商之長八十尺再乘得三萬二千尺書於原積之下相減餘七千六百八十八尺為次商廉隅之共積乃以初商之高與闊二十尺自乘得四百尺又以初商之長八十尺與初商之高與闊二十尺相乘得一千六百尺倍之得三千二百尺兩數相

○○四四二八
○四四八
六二八六
三三七

併得三千六百尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積七千六百八十八尺足二尺則以二尺書於原積八尺之上而以初商之高與闊二十尺倍之得四十尺與初商之長八十尺相併得一百二十尺以次商之二尺乘之得二百四十尺為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共

三	六	○	○
	二	四	○
			四
三	八	四	四
			二
七	六	八	八

得三千八百四十四尺為廉隅共法以次商之二尺乘之得七千六百八十八尺書於餘積之下相減恰盡是知堤之高與闊俱二十二尺加長比高闊多六十尺得八十二尺為堤一段之長也

設如有倉一座容米二千四百石其倉之長與闊俱比高多五尺問倉之長闊高各幾何

法將米二千四百石用每石定法二尺五百寸乘之得六千尺乃以六千尺為

帶兩縱相同立方積用帶兩縱相同法開之其六千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積六千尺之上而以所商十尺為初商之高加縱多五尺得十五尺為初商之長與闊乃以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺又以初商之高十尺再乘得二千二百五十尺書於原積之下相減餘三千七百五十尺為次商廉隅之共積乃以初商

一			五
六	〇	〇	〇
二	二	五	〇
三	七	五	〇
三	七	五	〇
〇	〇	〇	〇

之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺又以初商之高十尺與初商之長與闊十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺兩數相併得五百二十五尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積三千七百五十尺足七尺乃按法筭之得廉隅共法八百五十四尺以次商之七尺乘之得五千九百七十八尺大於次商廉隅之共積乃改商六尺按法

	五	二	五
	二	〇	〇
		二	五
	七	五	〇
			五
三	七	五	〇

筭之得廉隅共法八百零一尺以次商之六尺乘之仍大於次商廉隅之共積又改商五尺書於原積空尺之上而以初商之長與闊十五尺倍之得三十尺與初商之高十尺相併得四十尺以次商之五尺乘之得二百尺為次商三長廉面積又以次商之五尺自乘得二十五尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得七百五十尺為

```
    五二五
    二〇〇
     二五
   ─────
    七五〇
      五
  ──────
  三七五〇
```

廉隅共法以次商之五尺乘之得三千七百五十尺書於餘積之下相減恰盡是知倉之高為一十五尺加縱多五尺得二十尺為倉之長與闊也

設如挑河一段但知挑出土方七萬六千一百四十尺其寬比深多三尺其長比寬多二百六十四尺問寬長深各幾何

法列積用帶兩縱不同立方法開之其七萬六千尺為初商積可商四十尺因

	一			五
	︶			︶
七	六	一	四	○
三	六	○	一	○
四	○	一	三	○
四	○	一	三	○
○	○	○	○	○

長縱甚多故取小數商二十尺為深加寬比深多三尺得二十三尺為寬再加長比寬多二百六十四尺得二百八十七尺為長以三數相乘得十萬三千二百零二十尺大於原積乃改商十尺書於原積六千尺之上而以所商十尺為初商之深加寬比深多三尺得十三尺為初商之寬再加長比寬多二百六十四尺得二百七十七尺為初商之長乃

以初商之深十尺與初商之寬十三尺相乘得一百三十尺又以初商之長二百七十七尺再乘得三萬六千零十尺書於原積之下相減餘四萬零一百三十尺為次商廉隅之共積乃以初商之深十尺與初商之寬十三尺相乘得一百三十尺又以初商之寬十三尺與初商之長二百七十七尺相乘得三千六百零一尺又以初商之深十尺與初商

	六	五	○	一
	一	五	○	○
			二	五
	八	○	二	六五
四	○	一	三	○

之長二百七十七尺相乘得二千七百七十尺三數相併得六千五百零一尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積四萬零一百三十尺足五尺則以五尺書於原積空尺之上而以初商之深十尺與初商之寬十三尺初商之長二百七十七尺相併得三百尺以次商之五尺乘之得一千五百尺為次商三長廉面積又以次商之五尺自乘得二

	二			五
七	六	一	四	〇
三	六	〇	一	〇
四	〇	一	三	〇
四	〇	一	三	〇
〇	〇	〇	〇	〇

	六	五	〇	一
	一	五	〇	〇
			二	五
	八	〇	二	六
				五
四	〇	一	三	〇

十五尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得八千零二十六尺為廉隅共法以次商之五尺乘之得四萬零一百三十尺書於餘積之下相減恰盡是知挑河之深為十五尺加寬比深多三尺得十八尺為寬再加長比寬多二百六十四尺得二百八十二尺為河一段之長也

帶縱和數立方

帶縱較數立方其法已難而帶縱和數立方立法尤難故古無傳而以理推之則法有與較數相對待者其帶一縱立方高與闊相等惟長不同如以長與高和或長與闊和為問者則以初商為高與闊而與和數相減餘為長乃以高與闊自乘以長再乘為初商積其或和數甚多而積甚少按立方法商之必至大於原積者則以和數除原積得數約開平方可得幾數取畧大數以定初商初商減積有餘實者其初商

方積外有二方廉一長廉成兩面磬折體形而初商之高與闊少一次商初商之長多一次商故内少一方廉積商除之法則以初商之高與闊與初商之長相乘倍之為二方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取畧大數以定次商而以初商自乘次商再乘得一方廉積與餘實相加始足次商二方廉一長廉之共積故以次商與初商之長相減餘為初商次商之共長與初商相乘倍之為二方廉面積又以初商次商之共長與次商相乘為一長廉面積合二方廉一長

廉面積以次商乘之為二方廉一長廉之共積所謂初商方積外成兩面磬折體形是也其帶兩縱相同立方長與闊相等惟高不同如以高與闊和或高與長和為問者則以初商為高與和數相減餘為長與闊乃以長與闊自乘以高再乘為初商積其或和數甚多而積甚少按立方法商之必至大於原積者則以和數自乘除原積約足幾倍取畧大數以定初商初商減積有餘實者初商方積外止一方廉成一扁方體形而初商之高少一次商初商之長與闊各多

一次商故内少二方廉一長廉積商除之法則以初商之長與闊自乘為一方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取畧大數以定次商以次商與初商之長與闊相減餘為初商次商之長與闊而與初商相乘次商再乘倍之為二方廉積又以次商自乘初商再乘為一長廉積合二方廉一長廉積與餘實相加始足次商一方廉積故以初商次商之長與闊自乘次商再乘為一方廉積所謂初商方積外成一扁方體形是也其帶兩縱不同立方與帶兩縱相同立方同但

帶兩縱相同者其次商積為一正方廉帶兩縱不同者其次商積為一長方廉耳要之定商皆以小於半和為準有時退商而反不足進商而反有餘須合初商次商以斟酌之至次商以後因有益損之法故廉法亦不足憑則又須較量而增損之可也

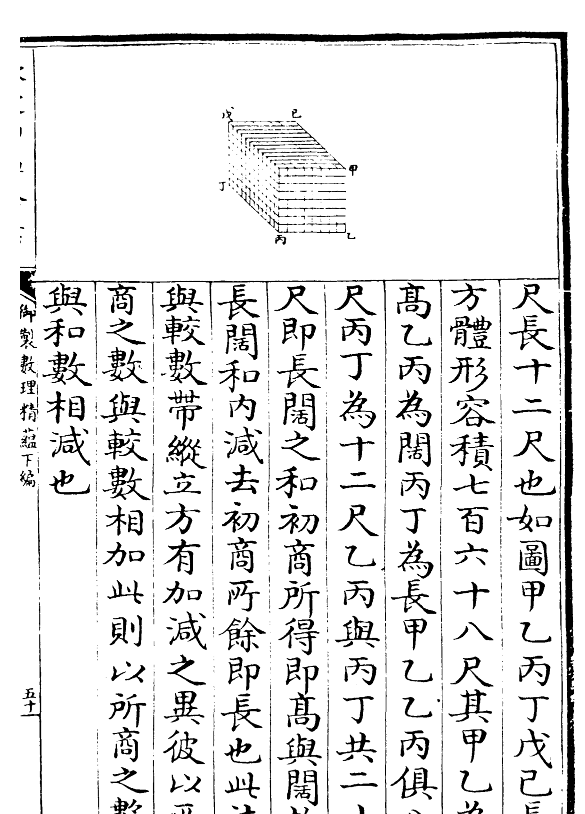
設如帶一縱立方積七百六十八尺其高與闊等長與闊和二十尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其積七百六十八尺可商九尺則以九尺為高與闊

八八八
六六
七七
〇〇〇

八八
四二 六一
二八 一
四 六
八
六 七

與長闊和二十尺相減餘十一尺為長即以髙與闊九尺自乗得八十一尺又以長十一尺再乗得八百九十一尺大於原積乃退商八尺書於原積八尺之上而以所商八尺為髙與闊與長闊和二十尺相減餘十二尺為長即以髙與闊八尺自乗得六十四尺又以長十二尺再乗得七百六十八尺書於原積之下相減恰盡是知立方之髙與闊俱八



尺長十二尺也如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積七百六十八尺其甲乙為高乙丙為闊丙丁為長甲乙乙丙俱八尺丙丁為十二尺乙丙與丙丁共二十尺即長闊之和初商所得即高與闊於長闊和內減去初商所餘即長也此法與較數帶縱立方有加減之異彼以所商之數與較數相加此則以所商之數與和數相減也

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺其高與闊相等長與闊和二十九尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其二千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積二千尺之上而以所商十尺為初商之高與闊與長闊和二十九尺相減餘十九尺為初商之長即以初商之高與闊十尺自乘得一百尺又以初商之長十九尺再乘得一千九百尺書於原積之

一　　二
○　　○
二四四八
一九○○
———
○五四八
　二○○
———
　七四八

　一○
　一○
———
　○○
一○
———
一○○
　　二
———
二○○

下相減餘五百四十八尺乃以初商之高與闊十尺與初商之長十九尺相乘得一百九十尺倍之得三百八十尺以除餘積五百四十八尺足一尺因仍益積且初商之長尚減去次商數故取大數為二尺則以二尺書於原積八尺之上而以初商十尺自乘又以次商二尺再乘得二百尺與餘積五百四十八尺相加得七百四十八尺為次商二方廉

一) 　　二)
二 四 四 八
一 九 〇 〇

〇 五 四 八
　 二 〇 〇
　 七 四 八
　 七 四 八

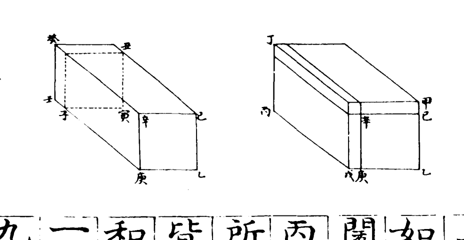
　 〇 〇 〇

三 四 〇
　 三 四

三 七 四
　 　 二

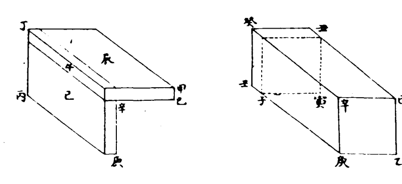
七 四 八

一長廉之共積乃以次商二尺與初高之長十九尺相減餘十七尺為初商次商之長與初商之高與闊十尺相乘得一百七十尺倍之得三百四十尺為二方廉面積又以次商二尺與初商次商之長十七尺相乘得三十四尺為一長廉面積合二方廉一長廉面積共三百七十四尺以次商二尺乘之得七百四十八尺書於餘積之下相減恰盡是知



立方之高與闊俱十二尺長十七尺也如圖甲乙丙丁長方體形甲乙高乙戊闊皆十二尺戊丙長十七尺乙戊與戊丙共二十九尺即長闊之和其從一角所分己乙壬癸長方體形己乙與乙庚皆十尺即初商數壬庚十九尺即長闊和內減初商所餘之數比戊丙多子壬一段即次商數己乙壬癸長方積一千九百尺即初商自乘又以初商與長闊

和相減之餘再乘之數比初商原體積多丑寅壬癸一扁方體形因初商積內多減去此積故以初商自乘次商再乘而得丑寅壬癸扁方體積與餘積相加即得甲巳辛庚丙丁兩面磬折體形其辰形巳形為兩方廉其闊十尺即初商數其長十七尺即長闊和內減初商次商之數其厚皆二尺即次商數午形為一長廉其長十七尺與方廉同其闊與



厚皆二尺亦即次商數合二方廉一長廉共成一磬折體形附於長方體之兩面而成甲乙丙丁之總長方體積也

設如帶一縱立方積九萬九千九百五十四尺其高與闊相等長與闊和一千二百四十三尺問高闊長各幾何

九九九五四

法列積如開立方法商之其九萬九千尺為初商積可商四十尺而長闊和為一千二百四十三尺按法相乘過大於

　　　　九
　　　　)
九九九五四
九九九五四

〇〇〇〇〇

　　　八
一二四三

九九九五四

原積爰以長闊和一千二百四十三尺除原積九萬九千九百五十四尺足八十尺有餘以八十尺開平方約足九尺乃以九尺書於原積四尺之上而以所商九尺為高與闊與長闊和一千二百四十三尺相減餘一千二百三十四尺為長即以高與闊九尺自乘得八十一尺又以長一千二百三十四尺再乘得九萬九千九百五十四尺書於原積之

九
九
——
八一

一二三四
　　八一
————
一二三四
九八七二
————
九九九五四

下相減恰盡是知立方之高與闊俱九尺長一千二百三十四尺也此法蓋因帶一縱甚多高與闊甚少其長闊和比長所多無幾故以長闊和除原積即得高與闊自乘之一面積而開平方所得即高與闊高與闊與長闊和相減所餘即長也

設如帶兩縱相同立方積三百八十四尺其長與闊相等高與闊和十四尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其積三百八

六）四四○
八八○
三三○

八八
六　四
六
三　八　四

十四尺可商七尺因欲得小於半和之數乃退商六尺書於原積四尺之上而以所商六尺為高與高闊和十四尺相減餘八尺為長與闊即以長與闊八尺自乘得六十四尺又以高六尺再乘得三百八十四尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高為六尺長與闊皆八尺也如圖甲乙丙丁戊己扁方體形容積三百八十四尺其甲乙為高乙丙為

丙 乙 甲 丁 戊 己

闊丙丁為長甲乙六尺乙丙與丙丁皆八尺甲乙與乙丙共十四尺即高與闊之和初商所得為高於高闊和內減去初商所餘為闊亦即長也

設如帶兩縱相同立方積六千九百一十二尺其長與闊相等高與闊和三十六尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其六千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積六千尺之上而以所商十尺為初商之

六九一二

二）二〇 | 二〇 | 三二 | 〇
一六 | 五〇 | 五五 | 〇
九七 | 一〇 | 一一 | 〇
一）六六 | 〇一 | 一一 | 〇

六六 | 六 | 六〇 | 〇 | 〇
二二 | 五二 | 七一 | 〇六 | 六
一五 | 六 | 〇七 | 七
六 | 六

高與高闊和三十六尺相減餘二十六尺為初商之長與闊即以初商之長與闊二十六尺自乘得六百七十六尺又以初商之高十尺再乘得六千七百六十尺書於原積之下相減餘一百五十二尺乃以初商之長與闊二十六尺自乘得六百七十六尺以除餘積一百五十二尺不足一尺因仍益積且初商之長與闊內尚減去次商數故取大數為

二　四
一　○
○　○
二　四
二　四　○
四　八　○
九　六　○

二
二
四
一　○
四　○

九　六　○
　　四　○
一　○　○　○

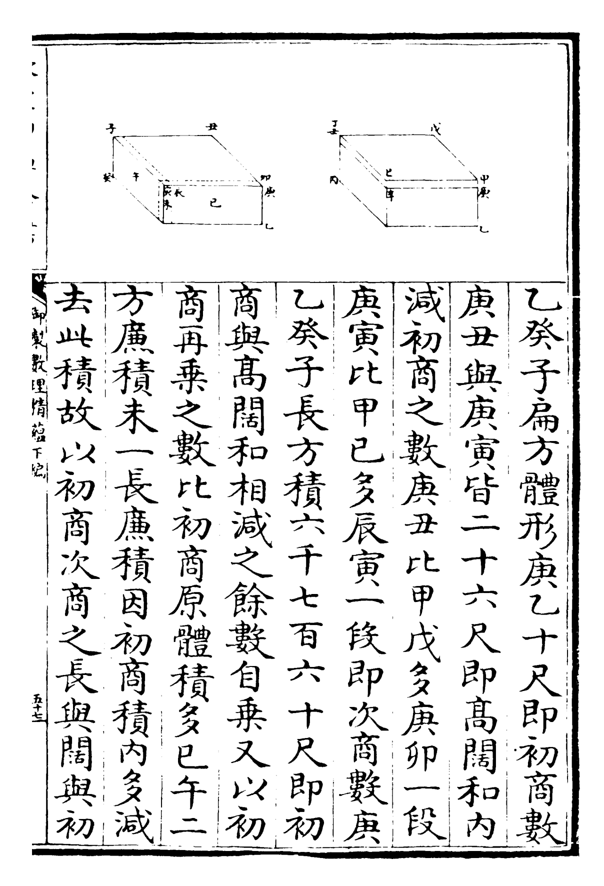
二尺書於原積二尺之上而以次商二尺與初商之長與闊二十六尺相減餘二十四尺為初商次商之長與闊與初商十尺相乘得二百四十尺以次商二尺再乘得四百八十尺倍之得九百六十尺為二方廉積又以次商二尺自乘以初商十尺再乘得四十尺為一長廉積合二方廉一長廉積共一千尺與餘積一百五十二尺相加得一千一百五

一　　　二
六九一二
六七六〇
〇一五二
一〇〇〇
一一五二
一一五二
〇〇〇〇

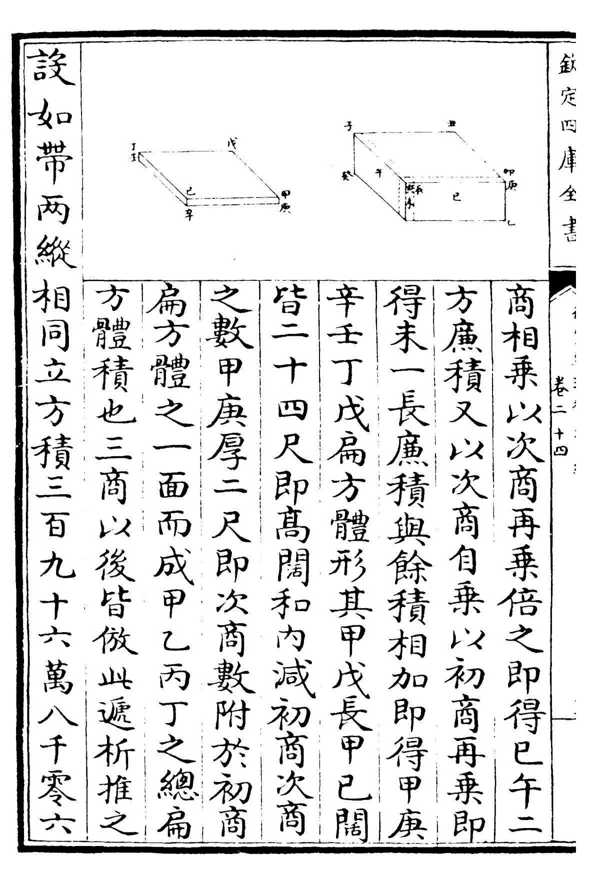
二四
二四
九六
四八
五七六
　　二
一一五二

十二尺為次商一方廉積乃以初商次商之長二十四尺自乘得五百七十六尺以次商二尺再乘得一千一百五十二尺書於餘積之下相減恰盡是知立方之高十二尺長與闊皆二十四尺也

如圖甲乙丙丁扁方體形容積六千九百一十二尺甲乙高十二尺甲戊長甲己闊俱二十四尺甲己與甲乙共三十六尺即高與闊之和其從一面所分庚



乙癸子扁方體形庚乙十尺即初商數庚丑與庚寅皆二十六尺即高闊和內減初商之數庚丑比甲戊多庚卯一段庚寅比甲己多辰寅一段即次商數庚乙癸子長方積六千七百六十尺即初商與高闊和相減之餘數自乘又以初商再乘之數比初商原體積多巳午二方廉積末一長廉積因初商積內多減去此積故以初商次商之長與闊與初



商相乘以次商再乘倍之即得巳午二方廉積又以次商自乘以初商再乘即得末一長廉積與餘積相加即得甲庚辛壬丁戊扁方體形其甲戊長甲己闊皆二十四尺即高闊和內減初商次商之數甲庚厚二尺即次商數附於初商扁方體之一面而成甲乙丙丁之總扁方體積也三商以後皆倣此遞析推之

設如帶兩縱相同立方積三百九十六萬八千零六

十四尺其長與闊相等高與闊和一千尺問高闊長各幾何

四
四〇六〇八六九三

三
一〇〇〇〇〇〇
四〇六〇八六九三

法列積如開立方法商之其三百萬尺為初商積可商一百尺而高闊和為一千尺按法相乘過大於原積爰以高闊和一千尺自乘得一百萬尺以除原積三百九十六萬八千零六十四尺足三尺取略大數為四尺乃以四尺書於原積四尺之上而以所商四尺為高與高

九九二○一六四

三九六八○六四

四)四四

○○○○○○○

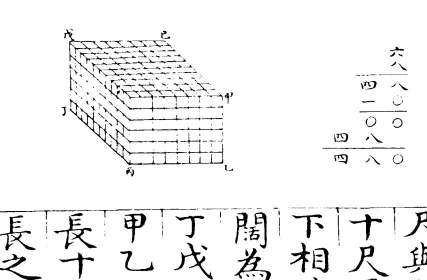
闊和一千尺相減餘九百九十六尺為長與闊即以長與闊九百九十六尺自乘得九十九萬二千零一十六尺又以高四尺再乘得三百九十六萬八千零六十四尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高為四尺長與闊俱九百九十六尺也此法蓋因帶兩縱甚多而高數甚少其高闊和比原長原闊所多無幾故以高闊和自乘得一面積以除原

積即得高與高闊和相減所餘為闊亦即長邊也

設如帶兩縱不同立方積四百八十尺高與闊和十四尺高與長和十六尺問高闊長各幾何

六
〇
四八〇
四八〇
———
〇〇〇

法列積如開立方法商之其積四百八十尺可商七尺因欲得小於半和之數乃退商六尺書於原積空尺之上而以所商六尺為高與高與闊和十四尺相減餘八尺為闊又以高六尺與高與長



和十六尺相減餘十尺為長即以高六尺與闊八尺相乘得四十八尺又以長十尺再乘得四百八十尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高為六尺其闊為八尺其長為十尺也如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積四百八十尺其甲乙為高六尺乙丙為闊八尺甲己為長十尺甲己與甲乙共十六尺即高與長之和甲乙與乙丙共十四尺即高與

闊之和初商所得為高與高闊和相減所餘為闊以高與高長和相減所餘即長也

設如帶兩縱不同立方積八千零六十四尺高與闊和三十六尺高與長和四十尺問高闊長各幾何

二
八〇六四

法列積如開立方法商之其八千尺為初商積可商二十尺因欲得小於半和之數乃退商十尺書於原積八千尺之上而以所商十尺為初商之高與高闊

一			二
〇			〇
八	〇	六	四
七	八	〇	〇
〇	二	六	四

和三十六尺相減餘二十六尺為初商之闊又以初商之高十尺與高長和四十尺相減餘三十尺為初商之長即以初商之高十尺與初商之闊二十六尺相乘得二百六十尺以初商之長三十尺再乘得七千八百尺書於原積之下相減餘二百六十四尺為一長方廉積其原即次商之數其長與闊比初商之長與闊各少一次商之數乃以初商之

```
　　二六
　　一〇
　　────
　　〇〇
　二六
　──────
　二六〇
　　三〇
　──────
　〇〇〇
七八〇
────────
七八〇〇
```

長三十尺與初商之闊二十六尺相乘得七百八十尺以除餘積二百六十四尺不足一尺因仍益積且初商之長闊尚減去次商數故取大數為二尺書於原積四尺之上而以所商二尺與初商之闊二十六尺相減餘二十四尺為初商次商之闊以所商二尺與初商之長三十尺相減餘二十八尺為初商次商之長即以初商次商之闊二十四尺與

二四
一〇
〇〇
二四
二四〇

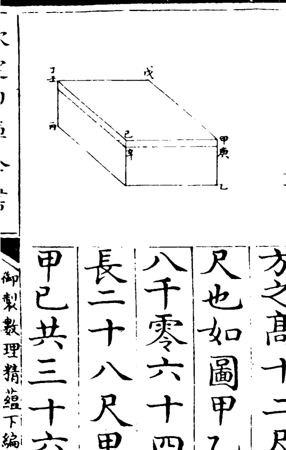
二八
一〇
〇〇
二八
二八〇

二八〇
二四〇
五二〇
二
一〇四〇

二
二
四
一〇
四〇

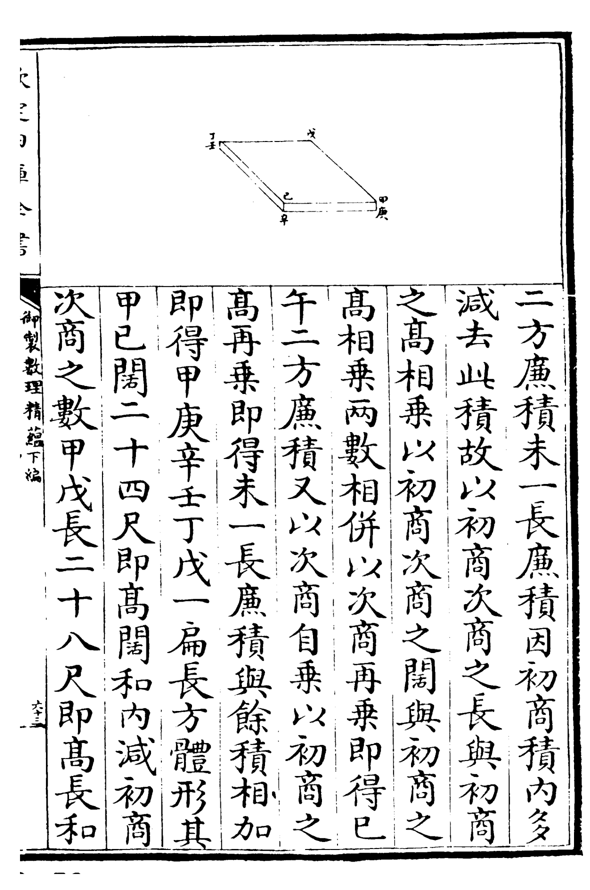
一〇四〇
四〇
一〇八〇

初商之高十尺相乘得二百四十尺又以初商次商之長二十八尺與初商之高十尺相乘得二百八十尺兩數相併得五百二十尺以次商二尺乘之得一千零四十尺為二方廉積又以次商二尺自乘得四尺以初商十尺再乘得四十尺為一長廉積合二方廉一長廉積共一千零八十尺與餘積二百六十四尺相加得一千三百四十四尺為次商

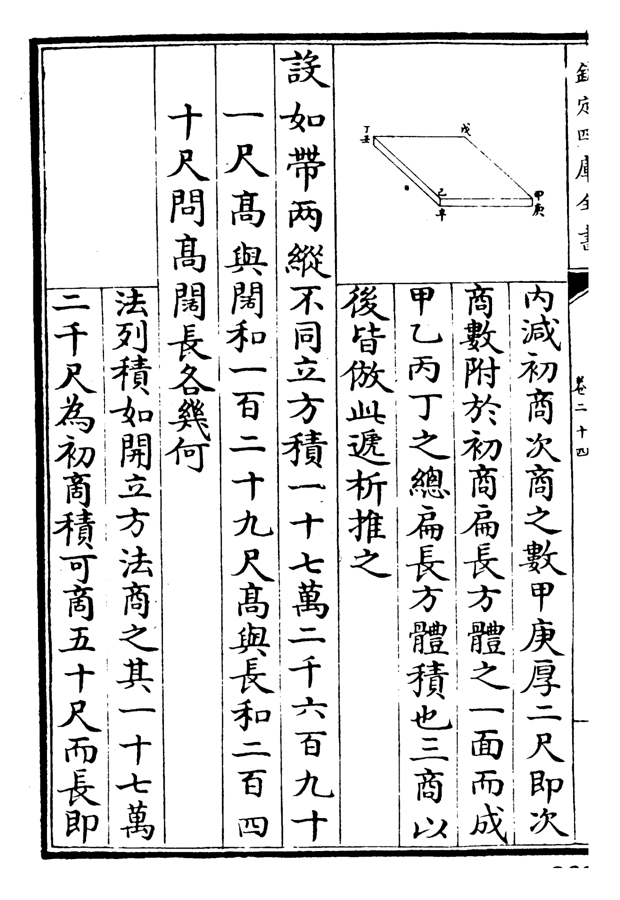


一方廉積乃以初商次商之闊二十四尺與長二十八尺相乘得六百七十二尺以次商二尺再乘得一千三百四十四尺書於餘積之下相減恰盡是知立方之高十二尺闊二十四尺長二十八尺也如圖甲乙丙丁扁長方體形容積八千零六十四尺甲乙高十二尺甲戊長二十八尺甲己闊二十四尺甲乙與甲己共三十六尺即高與闊之和甲乙

與甲戊共四十尺即高與長之和其從
一面所分庚乙癸子扁長方體形庚乙
十尺即初商數庚丑三十尺即高與長
和内減初商之數庚寅二十六尺即高
與闊和内減初商之數庚丑比甲戊多
庚卯一段庚寅比甲己多辰寅一段即
次商數庚乙癸子長方積七千八百尺
即初商之長與初商之闊相乘又以初
商之高再乘之數比原長原闊多巳午



二方廉積末一長廉積因初商積內多減去此積故以初商次商之長與初商之高相乘以初商次商之闊與初商之高相乘兩數相併以次商再乘即得巳午二方廉積又以次商自乘以初商之高再乘即得末一長廉積與餘積相加即得甲庚辛壬丁戊一扁長方體形其甲巳闊二十四尺即高闊和內減初商次商之數甲戊長二十八尺即高長和



內減初商次商之數甲庚厚二尺即次商數附於初商扁長方體之一面而成甲乙丙丁之總扁長方體積也三商以後皆倣此遞析推之

設如帶兩縱不同立方積一十七萬二千六百九十一尺高與闊和一百二十九尺高與長和二百四十尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其一十七萬二千尺為初商積可商五十尺而長即

　　　　　　　六
　　　　　　）
一　七　二　六　九　二

　　　　　　五
　　　　　　一
三　〇　八　六　〇
一　七　二　六　九　二

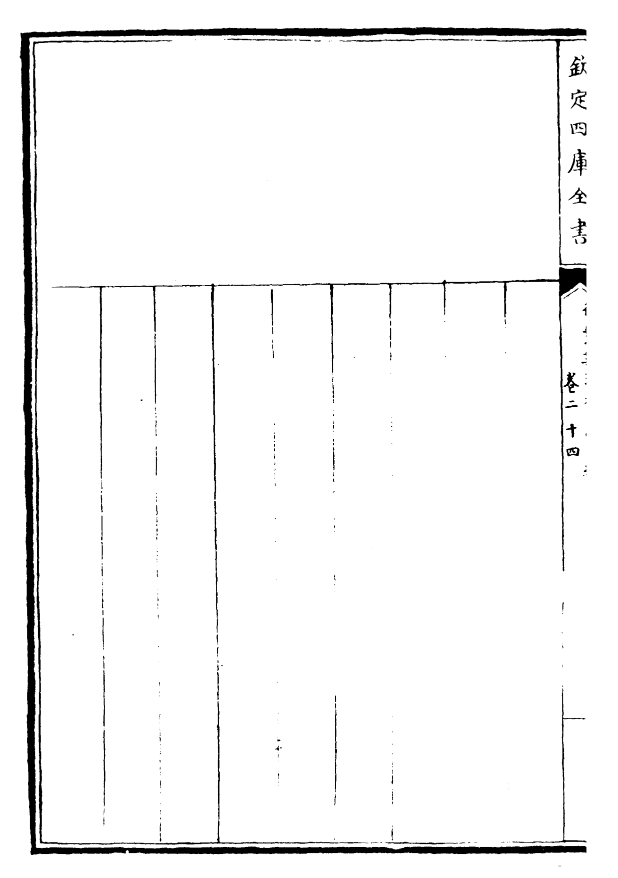
為一百九十尺闊即為七十九尺按法相乘過大於原積爰以高與闊和一百二十九尺與高與長和二百四十尺相乘得三萬零八百六十尺以除原積一十七萬二千六百九十二尺足五尺取畧大之數為六尺乃以六尺書於原積二尺之上而以所商六尺為高與高與闊和一百二十九尺相減餘一百二十三尺為闊又以高六尺與高與長和二

六)
一七二六九二
一七二六九二
○○○○○○

二三四
二三三
七○二
四六八
二三四
二八七八二
六
[illegible]七二六九二

百四十尺相減餘二百三十四尺為長即以闊一百二十三尺與長二百三十四尺相乘得二萬八千七百八十二尺又以高六尺再乘得一十七萬二千六百九十二尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高為六尺闊為一百二十三尺長為二百三十四尺也此法盖因帶兩縱甚多而高數甚少其高與闊和比原闊所多無幾高與長和比原長所

多亦無幾故以高與闊和與高與長和相乘得一面積以除原積即得高與高闊和相減所餘為闊與高與長和相減所餘即長也



附勾股法四條

設如勾股積六尺勾弦較二尺求勾股弦各幾何

法以勾股積六尺倍之得十二尺自乘得一百四十四尺以勾弦較二尺除之得七十二尺折半得三十六尺為長方體積乃以勾弦較二尺折半得一尺為長方體之長比高闊所多之較用帶一縱較數開立方法筭之得高與闊三尺為勾加勾弦較二尺得五尺為弦以勾

三尺除倍積十二尺得四尺為股也此法有勾股積勾弦較必得股自乘積以勾弦較除之始得勾弦和而勾弦和為二勾一勾弦較之共數將勾弦和半之為一勾半勾弦較之共數今作為帶縱立方體算者即如以勾為帶縱立方之高與闊勾與半勾弦較之共數為帶縱立方之長半勾弦較為帶縱之較用帶縱較數立方法開之得高與闊即勾也

如甲乙丙勾股積倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積自乘得戊己庚辛正方面積即如勾自乘股自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積試將此長方面積變為長方體積其底為勾自乘之數其長為股自乘之數其勾自乘之底邊即勾而股自乘之長又為勾弦較與勾弦和相乘之數是㬪中已得股自乘之一數矣其長方體即如寅卯

辰巳長方體形然又試作一申甲乙酉弦自乘之正方内申戌乙丙為勾自乘之正方則戌甲乙酉丙乙磬折形與股自乘之正方等引而長之成戌甲丙亥之長方其戌甲闊即勾弦較甲乙丙長即勾弦和今以股自乘之數用勾弦較除之得勾弦和即如寅卯辰巳之長方體積用勾弦較除之而得乾坎辰巳之長方體積其午未辰巳之高闊相乘之

面積末減而坎未之長即為勾弦和矣勾弦和既為二勾一勾弦較之共數折半則得一勾半勾弦較之共數故將所得之乾坎辰巳長方體積折半為艮震辰巳長方體積其巳辰高未辰闊仍皆為勾與巽未等其震未長為勾與半勾弦較之共數震巽為半勾弦較即長比高闊所多之數故以勾弦較折半用帶一縱較數開立方法算之得高與闊為

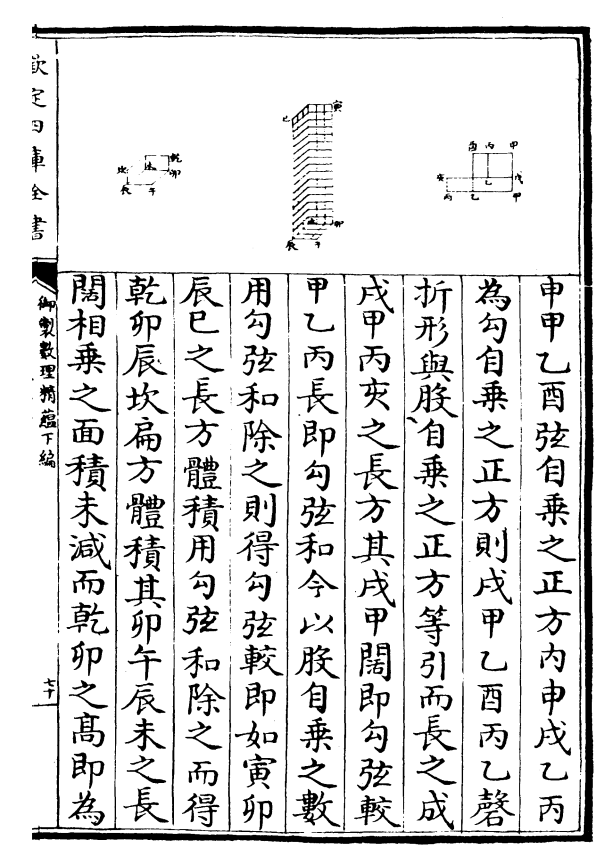
勾也

設如勾股積六尺勾弦和八尺求勾股弦各幾何

法以勾股積六尺倍之得十二尺自乘得一百四十四尺以勾弦和八尺除之得十八尺折半得九尺為扁方體積乃以勾弦和八尺折半得四尺為扁方體之高與長闊之和用帶兩縱相同和數開立方法筭之得長與闊三尺為勾於勾弦和八尺內減勾三尺餘五尺為弦

以勾三尺除倍積十二尺得四尺為股也此法有勾股積勾弦和必得股自乘積以勾弦和除之始得勾弦較半之為半勾弦較今作為帶縱立方體筭者即如以勾為帶縱立方之長與闊半勾弦較為帶縱立方之高一勾半勾弦較之共數為帶縱立方之高與長闊之和用帶兩縱相同和數立方法開之得長與闊即勾也如甲乙丙勾股積倍之成甲

丁乙丙勾股相乘之長方面積自乘得戊己庚辛正方面積即如勾自乘股自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積試將此長方面積變為長方體積其底為勾自乘之數其高為股自乘之數其勾自乘之底邊即勾而股自乘之高又為勾弦較與勾弦和相乘之數是暗中已得股自乘之一數矣其長方體即如寅卯辰巳長方體形然又試作一



申甲乙酉弦自乘之正方內申戌乙丙為勾自乘之正方則戌甲乙酉丙乙磬折形與股自乘之正方等引而長之成戌甲丙亥之長方其戌甲闊即勾弦較甲乙丙長即勾弦和今以股自乘之數用勾弦和除之則得勾弦較即如寅卯辰巳之長方體積用勾弦和除之而得乾卯辰坎扁方體積其卯午辰未之長闊相乘之面積未減而乾卯之高即為

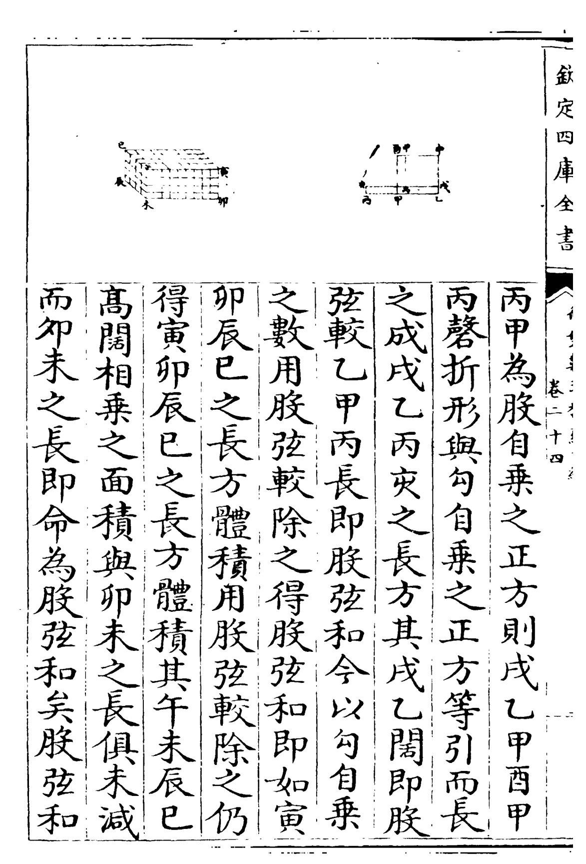
勾弦較矣折半則得艮卯辰震扁方體積其卯午長午辰闊仍皆為勾而艮卯之高為半勾弦較其艮卯與卯午即高與長闊之和為一勾半勾弦較之共數而勾弦和乃二勾一勾弦較之共數故以勾弦和折半得一勾半勾弦較用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊為勾也

設如勾股積六尺股弦較一尺求勾股弦各幾何

法以勾股積六尺倍之得十二尺自乘得一百四十四尺以股弦較一尺除之仍得一百四十四尺折半得七十二尺為長方體積乃以股弦較一尺折半得五寸為長方體之長比高闊所多之較用帶一縱較數開立方法算之得高與闊四尺為股加股弦較一尺得五尺為弦以股四尺除倍積十二尺得三尺為勾也此法有勾股積有股弦較必得勾

自乘積以股弦較除之始得股弦和而股弦和為二股一股弦較之共數將股弦和半之為一股半股弦較之共數令作為帶縱立方體算者即如以股為帶縱立方之高與闊股與半股弦較之共數為帶縱立方之長半股弦較為帶縱之較用帶縱較數立方法開之得高與闊即股也如甲乙丙勾股積倍之則成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積自乘

得戊己庚辛正方面積即如股自乘勾自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積試將此長方面積變為長方體積其底為股自乘之數其長為勾自乘之數其股自乘之底邊即股而勾自乘之長又為股弦較與股弦和相乘之數是暗中已得勾自乘之一數矣其長方體即如寅卯辰巳之長方體形然又試作一申乙甲酉弦自乘之正方內申戌



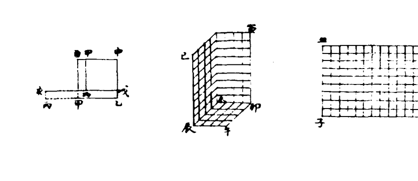
丙甲為股自乘之正方則戌乙甲酉甲丙磬折形與勾自乘之正方等引而長之成戌乙丙亥之長方其戌乙闊即股弦較乙甲丙長即股弦和今以勾自乘之數用股弦較除之得股弦和即如寅卯辰巳之長方體積用股弦較除之仍得寅卯辰巳之長方體積其午未辰巳高闊相乘之面積與卯未之長俱未減而卯未之長即命為股弦和矣股弦和

既為二股一股弦較之共數折半則得一股半股弦較之共數故將所得之寅卯辰巳長方體積折半為乾坎辰巳長方體積其未辰闊巳辰高仍皆為股與艮未等其坎未長為股與半股弦較之共數坎艮為半股弦較即長比高闊所多之數故以股弦較折半用帶一縱較數開立方法算之得高與闊為股也

設如句股積六尺股弦和九尺求句股弦各幾何

法以勾股積六尺倍之得十二尺自乘得一百四十四尺以股弦和九尺除之得十六尺折半得八尺為扁方體積乃以股弦和九尺折半得四尺五寸為扁方體之高與長闊之和用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊四尺為股於股弦和九尺內減股四尺餘五尺為弦以股四尺除倍積十二尺得三尺為勾也此法有勾股積股弦和必得勾

自乘積以股弦和除之始得股弦較半之為半股弦較今作為帶縱立方體算者即如以股為帶縱立方之長與闊半股弦較為帶縱立方之高一股半股弦較之共數為帶縱立方之高與長闊之和用帶兩縱相同和數立方法開之得長與闊即股也如甲乙丙勾股積倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積自乘得戊己庚辛正方面積即如股自乘



勾自乘再自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積試將此長方面積變為長方體積其底為股自乘之數其高為勾自乘之數其股自乘之底邊即股而勾自乘之高又為股弦和與股弦較相乘之數是暗中已得勾自乘之一數矣其長方體即如寅卯辰巳長方體形然又試作一申乙甲酉弦自乘之正方內申戌丙甲為股自乘之正方則戌乙甲酉甲

丙磬折形與勾自乘之正方等引而長之成戊乙丙亥之長方其戊乙闊即股弦較乙甲丙長即股弦和今以勾自乘之數用股弦和除之則得股弦較即如寅卯辰巳之長方體積用股弦和除之而得乾卯辰坎扁方體積其卯午辰未長闊相乘之面積未減而乾卯之髙即為股弦較矣折半則得艮卯辰震扁方體積其卯午長午辰闊仍皆為股而艮

卯之高為半股弦較其艮卯與卯午即高與長闊之和為一股半股弦較之共數而股弦和乃二股一股弦較之共數故以股弦和折半得一股半股弦較用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊為股也



總校官庶吉士臣張能照

校對官中官正臣郭長發

謄録監生臣沈　瑊

繪圖監生臣李　鈞